

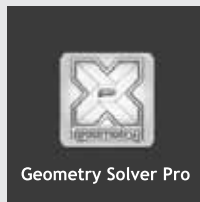


# نرم افزار Geometry Solver Pro

## مخصوص هندسه و مثلثات

### روی سیستم عامل اندروید

مقدمه



تصویر ۱

بی شک یکی از ددرسره‌های همه کسان‌ی که در کار خود با هندسه سروکار دارند، فراموش کردن فرمول‌های هندسه و مثلثات است؛ خواه این کار کاری عملی باشد یا آموزشی. نرم‌افزار «Geometry Solver Pro» این مشکل را حل کرده و همه فرمول‌های هندسه و مثلثات را در حجمی اندک گردآوری کرده است. اما این فقط در حد یک گردآوری نیست، بلکه نرم‌افزار همه محاسبات مورد نیاز را هم انجام می‌دهد و یک کارگاه واقعی هندسه و مثلثات را در اختیار کاربر قرار می‌دهد. جالب این است که راه‌حل را نیز به نمایش می‌گذارد. بنابراین لازم است همه دانش‌آموزان دوره متوسطه و معلمان ریاضی این نرم‌افزار را روی گوشی با تبلت خود نصب کنند و با آن از هندسه و مثلثات لذت ببرند.

## مربع

با انتخاب «Square» تصویر ۳ نمایان می‌شود. در این تصویر شش پارامتر وجود دارد که به ترتیب بیان شده‌اند:

a → ضلع (side)
d → قطر (diagonal)
A → مساحت (Area)
P → محیط (Perimeter)
r → شعاع دایره محیطی (Inradius)
R → شعاع دایره محاطی (Circumradius)

می‌توان به هر یک از این شش پارامتر مقدار داد که در این صورت نرم‌افزار سایر پارامترها را حساب می‌کند. برای مثال، در تصویر ۳ مقدار  $a=2$  را انتخاب کرده‌ایم. حال

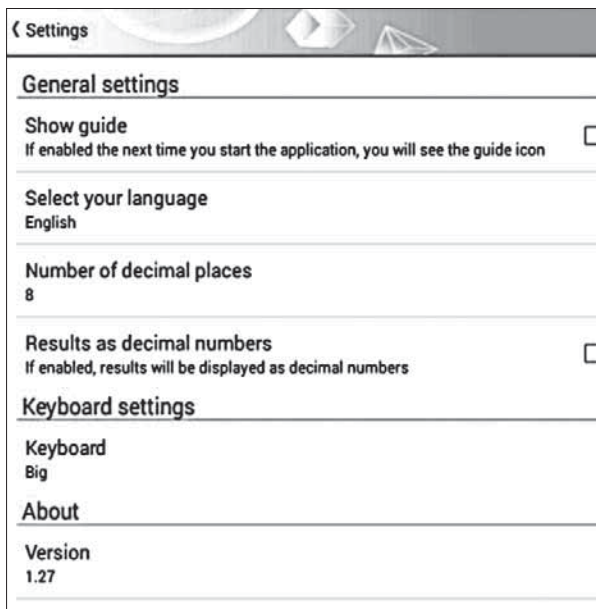


با باز کردن نرم‌افزار تصویر ۲ نمایان خواهد شد که در آن همه شکل‌های هندسی (مسطح و فضایی) وجود دارد. البته آخرین شکل بحث مثلثات است که به آن خواهیم پرداخت. اولین شکل، راهنما (Guide) است که با انتخاب آن با روش کار نرم‌افزار آشنا خواهید شد. کار با همه شکل‌ها در بیشتر موارد شبیه هم است و به‌عنوان ساده‌ترین مورد، مربع (Square) را معرفی می‌کنیم.

تصویر ۲

## تنظیم‌ها و صفحه کلید

با باز کردن برنامه و ظاهر شدن تصویر ۲ می‌توان برنامه را به صورت دلخواه تنظیم کرد. به این منظور کلید «Tuchmenu» را در پایین صفحه گوشی یا تبلت بزنید تا صفحه تنظیم‌ها ظاهر شود (تصویر ۵).



تصویر ۵

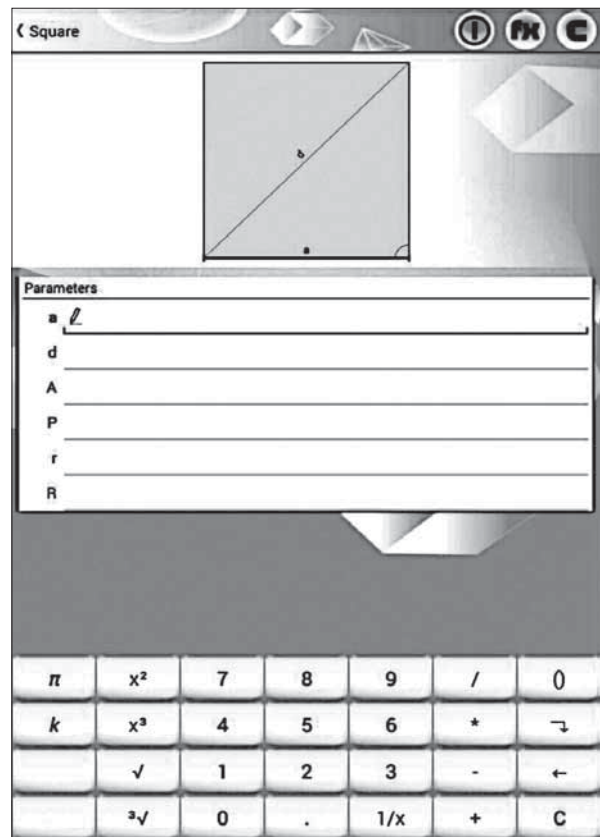
در اولین گزینه یعنی «Show Guide» این امکان وجود دارد که راهنمای نرم‌افزار را از تصویر ۲ حذف کرد که این کار بعد از مطالعه راهنما مفید است. در دومین گزینه زبان نرم‌افزار انتخاب می‌شود. اما در گزینه سوم تعداد ارقام جواب‌ها تعیین می‌شود و این در صورتی است که گزینه ۴ را به عنوان حالت اعشاری انتخاب کنید. در غیر این صورت جواب‌ها به شکل نمادین هستند. با توجه به اندازه صفحه نمایش گوشی یا تبلت می‌توان در «keyboard Setting» صفحه کلید بزرگ یا کوچک را انتخاب کرد که در تصویر ۳ صفحه کلید بزرگ است.

**نکته:** برای پاک کردن همه پارامترها در بالای صفحه حالت C را انتخاب می‌کنیم. در صورتی که حالت FX را انتخاب کنیم، همه روابط مورد نیاز برای شیء انتخاب شده به طور کامل ارائه می‌شود. برای مثال، همه روابط مورد نیاز برای هرم با قاعده مربع (Square Piramide) را در تصویر ۶ می‌بینیم.

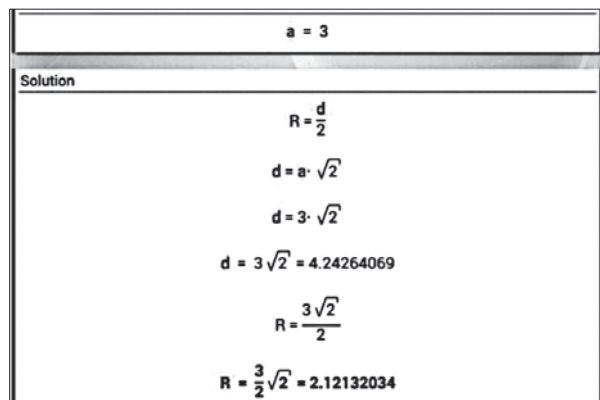
همچنین اگر حالت I را در بالای صفحه انتخاب کنیم، نرم‌افزار معنای همه پارامترها را به زبان انگلیسی بیان می‌کند.

اگر بخواهیم جواب را به صورت تشریحی ببینیم، کافی است جواب مورد نظر را انتخاب کنیم. مثلاً می‌خواهیم روش محاسبه شعاع دایره محیطی را ببینیم. به این منظور حالت R را انتخاب می‌کنیم که جواب تصویر ۴ است.

**نکته:** با انتخاب هر مورد، پارامتر مورد نظر در شکل اصلی به صورت پررنگ درمی‌آید.



تصویر ۳



تصویر ۴

مساحت مثلث چقدر و ضلع سوم آن چه اندازه است؟  
 همانند تصویر ۷، مقدار  $b=12$  و  $a=5$  را ثابت فرض می‌کنیم و  
 مقدار  $c$  را تغییر می‌دهیم و در صورت وجود مثلث مقدار  $c$  و مساحت  
 را در جدول نظام‌داری که براساس مقدار  $c$  مرتب شده است، قرار  
 می‌دهیم.

$c$	۶	۷	۷/۱	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۶/۹	۱۷
مساحت	x	x	۴/۵۸	۱۴/۵۲	۲۰/۳۹	۲۴/۵۴	۲۷/۴	۲۹/۳	۳۰	۲۹/۲	۲۶/۳	۲۰/۶	۷/۰۸	x

با مشاهده عددهای جدول به این نتیجه می‌رسیم که مقدار  $c$  در  
 بازه (۷, ۱۷) تغییر می‌کند و بیشترین مساحت به ازای  $c=13$  به دست  
 می‌آید که مثلث قائم‌الزاویه است.

Parameters	
a	5
b	12
c	10
$h_1$	9.8178409
$h_2$	4.09076704
$h_3$	4.90892045
A	24.54460226
P	27
$\alpha$	24.146848
$\beta$	100.9527842

تصویر ۷

### کارگاه مثلثات

آخرین گزینه در صفحه اصلی (تصویر ۲) «Trigonometry»  
 (مثلثات) است که با انتخاب آن تصویر ۸ ظاهر می‌شود که در آن  
 شش پارامتر در مورد مثلث وجود دارد. در این حالت با دادن مقدار  
 به هر پارامتر، سایر پارامترها محاسبه می‌شوند. به عبارت دیگر، این  
 قسمت یک کارگاه فوق‌العاده برای مثلثات است. اکنون چند تمرین را  
 با کمک آن انجام می‌دهیم.

**تمرین ۱:** آیا زاویه‌های وجود دارد که تانژانت آن برابر ۱۰۰۰ است؟  
 ( $\tan(\alpha)=1000 \Rightarrow \alpha=?$ ) برای رسیدن به جواب کافی است که مقدار  
 ردیف پنجم را ۱۰۰۰ قرار دهیم. در این صورت می‌بینیم که سایر  
 پارامترها حساب شده‌اند و مقدار زاویه در حدود  $89.942704$  درجه  
 است.

Volume

$$V = \frac{A_1 \cdot H}{3}$$

$$V = \frac{a^2 \cdot H}{3}$$

Surface area

$$A = A_1 + 4 \cdot A_2$$

Area of the base

$$A_1 = a^2$$

$$A_2 = A - 4 \cdot A_2$$

Area of the face

$$A_2 = \frac{a \cdot h_2}{2}$$

$$A_2 = \frac{A - A_1}{4}$$

Additional formulas

$$a = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{H}}$$

$$H = \frac{3 \cdot V}{a^2}$$

تصویر ۶

**حل مسئله:** کاربرد این نرم‌افزار فقط برای محاسبه‌های کوچک نیست،  
 بلکه برای حل مسئله‌های بزرگ‌تر هم که به کارهای بیشتری نیاز دارد،  
 مورد استفاده قرار می‌گیرد. بدیهی است که هر اندازه توانایی ما در  
 استفاده از نرم‌افزار بیشتر باشد، این مورد بهتر انجام می‌شود. در ادامه  
 دو مورد از این مسئله‌ها را مطرح می‌کنیم.

### پروژه وجود مثلث

می‌دانیم که اعداد ۳، ۴ و ۵ اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه‌اند.  
 می‌خواهیم بررسی کنیم، اگر اضلاع ۳ و ۴ را ثابت نگه داریم، اندازه  
 ضلع سوم در چه بازه‌ای تغییر می‌کند.

به این منظور ابتدا «Triangle» را انتخاب می‌کنیم. سپس  
 جواب‌های نرم‌افزار را در یک جدول نظام‌دار مرتب می‌کنیم و به کمک  
 آن وجود مثلث را بررسی می‌کنیم.

$c$	۰/۹	۱	۱/۱	۲	۳	۴	۵	۶	۶/۹	۷
نتیجه	x	x	+	+	+	+	+	+	+	x

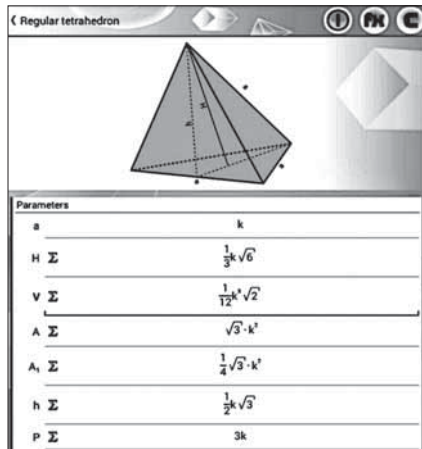
در صورتی که نرم‌افزار سایر پارامترها را حساب کند، به این معنی  
 است که چنین مثلثی وجود دارد. با مشاهده اعداد جدول مشاهده  
 می‌کنیم که ضلع سوم در بازه (۱, ۷) تغییر می‌کند و این همان رابطه  
 معروف  $|a-b| < c < a+b$  است.

### پروژه بیشترین مساحت

فرض کنیم اندازه‌های دو ضلع مثلثی ۵ و ۱۲ باشد. بیشترین

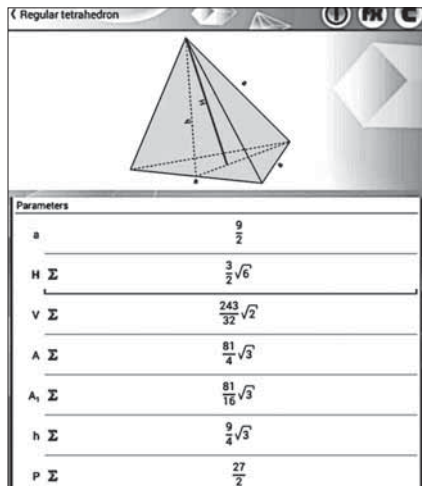
**مسئله:** یک چهار وجهی را که همه وجه‌های آن مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع  $k$  هستند در نظر بگیرید. حجم آن را بر حسب  $k$  به دست آورید. اگر  $k = 4/5$  حجم چهار وجهی چقدر می‌شود؟ (هندسه سال دوم، شکل‌های فضایی، صفحه ۱۳۵، شماره ۵).

با توجه به شکل‌ها حالت «Regular tetrahedron» را انتخاب می‌کنیم. برای محاسبه حجم مقدار  $a$  را  $k$  قرار می‌دهیم تا نرم‌افزار همه پارامترها را بر حسب  $k$  حساب کند (تصویر ۱۰). اما این پایان کار نیست و ما می‌توانیم همه پارامترها را روی شکل ببینیم تا روش حل مسئله را بیابیم.



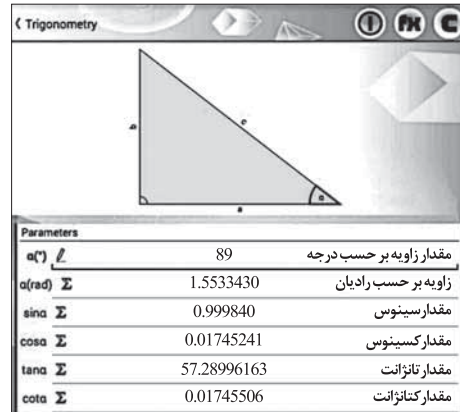
تصویر ۱۰

اما اگر مقدار  $a$  را  $4/5$  قرار دهیم، نرم‌افزار جواب عددی همه پارامترها را حساب می‌کند. در اینجا اگر روی هر پارامتر کلیک کنیم، شیء موردنظر روی شکل مشخص و راه‌حل معلوم می‌شود (تصویر ۱۱).



تصویر ۱۱

یکی دیگر از مزایای این نرم‌افزار آشنایی با اصطلاحات و اشیای ریاضی به زبان انگلیسی و سایر زبان‌های معروف از جمله آلمانی، فرانسوی و... است.



تصویر ۸

**تمرین ۲.** با محاسبه نشان دهید که با نزدیک شدن زاویه به  $90^{\circ}$  درجه، مقدار تانژانت به بی‌نهایت نزدیک می‌شود.

$\theta$	$89^{\circ}$	$89/9^{\circ}$	$89/99^{\circ}$	$89/999^{\circ}$	$89/9999^{\circ}$	$89/99999^{\circ}$	$89/999999^{\circ}$
$\tan(\theta)$	$57/28$	$572/95$	$5729/57$	$57295/7$	$572957/7$	$5729577/9$	$57295779/8$

با مشاهده اعداد جدول نتیجه می‌گیریم که با نزدیک شدن زاویه به  $90^{\circ}$  درجه، مقدار تانژانت به سرعت افزایش می‌یابد و به بی‌نهایت نزدیک می‌شود.

### همه فرمول‌های مثلثات

$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$
$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$
$\cot(\alpha + \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta - 1}{\cot \beta + \cot \alpha}$
$\cot(\alpha - \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta + 1}{\cot \beta - \cot \alpha}$
ities
$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$
$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$
$\tan \alpha - \tan \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$

تصویر ۹

### یار کمکی

در حل بعضی از مسئله‌ها، به‌ویژه مسئله‌های هندسه فضایی، رسم شکل برای برخی دانش‌آموزان سخت است و همین باعث می‌شود که قید حل مسئله را بزنند. در چنین مواردی این نرم‌افزار به کمک دانش‌آموزان می‌آید تا با تجزیه و تحلیل بیشتر مسئله را بفهمند و حل کنند.